

Министерство науки и высшего образования РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Б1.О.13 Дискретная математика и математическая логика

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

01.03.01 Математика

Направленность (профиль)

01.03.01.31 Математический анализ, алгебра и логика

Форма обучения

очная

Год набора

2022

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили \_\_\_\_\_

Кандидат физико-математических наук, Доцент, Ушаков Юрий

Юрьевич

должность, инициалы, фамилия

## 1 Цели и задачи изучения дисциплины

### 1.1 Цель преподавания дисциплины

Курс «дискретной математики и математической логики» имеет целью дать студентам инструмент, применимый как к наукам о поведении (кибернетика, теория информации, теория систем), так и к чисто абстрактным наукам. Основной задачей является ознакомление студентов с алгеброй множеств и решётками, комбинаторикой, алгеброй логики, основами теории графов, теории автоматов и теории кодирования. Большое внимание уделяется вопросам применения полученных теоретических знаний к решению прикладных задач и умению формулировать прикладные задачи на языке комбинаторных объектов, теории графов, алгебры логики.

### 1.2 Задачи изучения дисциплины

В итоге изучения дисциплины «дискретная математика и математическая логика» студент должен уметь:

- самостоятельно записывать в виде формулы алгебры высказываний, структуру сложного высказывания естественного языка,
- строить таблицы истинности формул алгебры высказываний,
- строить формулу по заданной таблице булевой функции,
- приводить формулы исчисления к дизъюнктивной и конъюнктивной нормальной формам,
- строить бинарные отношения и частично упорядоченные множества с заданными свойствами,
- проводить несложные комбинаторные вычисления,
- владеть основами теории графов,
- строить вентиляционные, каскадные схемы и структурные автоматы, реализующие заданные булевы функции,
- самостоятельно работать с литературой по теории автоматов, теоретическим основам конструирования ПК, и т.д.

### 1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>	
ОПК-1.1: Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной	Определения и основные теоремы дискретной математики и математической логики. Применять результаты разных разделов дискретной математики и математической логики для решения задач естествознания. Методами решения классических задач дискретной

деятельности	математики и математической логики.
ОПК-1.2: Осуществляет выбор метода решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний	Содержание процессов самоорганизации исходя из целей совершенствования профессиональной деятельности. Планировать цели и устанавливать приоритеты при выборе принятия решений. Методами решения задач и проблем, входящими в рамки данной дисциплины.

#### **1.4 Особенности реализации дисциплины**

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

## 2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
<b>Контактная работа с преподавателем:</b>	<b>3,89 (140)</b>		
занятия лекционного типа	1,94 (70)		
практические занятия	1,94 (70)		
<b>Самостоятельная работа обучающихся:</b>	<b>2,11 (76)</b>		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
<b>Промежуточная аттестация (Зачёт) (Экзамен)</b>	<b>1 (36)</b>		

### 3 Содержание дисциплины (модуля)

#### 3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
<b>1. Множества и отношения.</b>									
	1. Лекция 1. 1.1.Операции на множествах и их свойства. Метод доказательств теоретико-множественных тождеств. 1.2. Декартово произведение множеств. Теорема о мощности декартова произведения. Булеан множества. Теорема о мощности булеана.	2							
	2. Лекция 2. 1.3. Отношения. Типы бинарных отношений. 1.4. Теорема о разбиении основного множества на классы эквивалентности.	2							

3. Лекция 3. 1.5. Диаграмма Хассе частичного порядка. Дистрибутивные решетки. Изоморфизмы бинарных отношений. 1.6. Теорема об изоморфизме частично упорядоченного множества A некоторой системе подмножеств множества A, упорядоченной включением.	2							
4. Семинары 1-3 Темы: 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6.			6					
5. Множества и отношения.							8	
<b>2. Комбинаторика</b>								
1. Лекция 4. 2.1. Правило суммы и правило произведения. 2.2. Выборки и сочетания с повторениями и без повторений. Связь сочетаний с биномом Ньютона.	2							
2. Лекция 5. 2.3. Сочетания с повторениями и их число. Две задачи о целочисленных решениях линейного уравнения. 2.4. Размещение данного состава и полиномиальная формула.	2							
3. Лекция 6. 2.5. Применение формулы включений и исключений в перечислительных задачах. Задача о беспорядках. Третья задача о целочисленных решениях линейного уравнения. 2.6. Рекуррентные соотношения и производящие функции.	2							
4. Семинары 4-6 Темы: 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6.			6					

5. Комбинаторика								
<b>3. Теория графов</b>								
1. Лекция 7. 3.1. Определение неориентированных и ориентированных графов и мультиграфов. Определение простого графа. Лемма о рукопожатиях для простого графа. 3.2. Основные типы графов: пустые, полные, циклические графы, двудольные графы.	2							
2. Лекция 8. 3.3. Матричные способы описания графов. Изоморфизмы графов, необходимые и достаточные условия. Операции над графами. Теорема о степени матрицы смежности.	2							
3. Лекция 9. 3.4. Планарность графов. Теорема Эйлера о плоских графах. Доказательство непланарности графов $K_{3,3}$ и $K_5$ . 3.5. Гомеоморфизмы графов. Критерий Понтрягина-Куратовского.	2							
4. Лекция 10. 3.6. Цепи, циклы, достижимость в графе. Компоненты связности. Теоремы о цикле в связном графе. 3.7. Эйлеровы и полуэйлеровы графы.	2							
5. Лекция 11. 3.8. Правильная раскраска графа. Задача о четырех красках. Теорема о правильной раскраске планарного графа пятью красками. 3.9. Хроматический полином. Алгоритм правильной раскраски.	2							



6. Лекция 12. 2.5. Гамильтоновы и полугамильтоновы графы. 2.6. Лес и деревья. Остовное дерево. Цикломатическое число. Единственность пути в дереве. Центр дерева, алгоритм нахождения центра.	2							
7. Лекция 13. 2.7. Ориентированные графы. Способы описания. 2.8. Эйлеровы и полуэйлеровы ориентированные графы, необходимый и достаточный признак.	2							
8. Лекция 14. 2.9. Алгоритм Дейкстры. 2.10. Алгоритм насыщения. Задача о критическом пути в сетевом графике, алгоритм решения.	2							
9. Лекция 15. 2.9. Транспортные сети. Допустимый поток в транспортной сети. Свойства допустимого потока. 2.10. Максимальный поток в транспортной сети.	2							
10. Лекция 16. 2.11. Орграф приращений. Разрезы. Максимальная пропускная способность сети. Теорема Форда-Фалкерсона.	2							
11. Лекция 17. 2.11. Паросочетания. Теорема Холла о паросочетаниях в двудольном разрезе. 2.12. Задача о назначениях.	2							
12. Семинары 7-11 Темы: 3.1, 3.2, 3.4, 3.5, 3.6, 3.7, 3.8, 3.10.			22					
13. Теория графов							32	
<b>4. Формальная система исчисления высказываний</b>								

1. Лекция 1.. Предмет логики, математической логики. Краткий очерк истории. Высказывания простые и сложные. Логические связки у сложных высказываний. Алфавит ИВ, слова в алфавите, формулы, язык ИВ. Алгебра высказываний. Таблицы истинности для сложных формул. Тавтологии.	2							
2. Лекция 2. Равносильные формулы. Теоремы об их основных свойствах. Основные равносильности. Теорема о замене. Нормальные формы - дизъюнктивные и конъюнктивные (ДНФ и КНФ). Теорема о равносильности всякой формулы некоторой ДНФ (КНФ).	2							
3. Лекция 3. Формальная дедуктивная система гильбертовского типа для ИВ. Аксиомы и правила вывода. Доказательства, доказуемые формулы ИВ. Примеры доказательств в ИВ. Необходимое условие доказуемости формулы.	2							
4. Лекция 4. Теорема о подстановке в ИВ. Понятие вывода из множества формул. Теорема о дедукции. Синтаксическая эквивалентность формул ИВ. Основные эквивалентности.	2							
5. Лекция 5. Секвенции в ИС. Секвенциальное исчисление высказываний (ИС). Аксиомы и правила вывода. Выводимые в ИС секвенции, выводимые в ИС формулы. Примеры. Допустимые в ИС правила вывода. Теорема о допустимых правилах вывода. Теорема о подстановке в ИС.	2							

6. Лекция 6. Эквивалентность формул в ИС. Теоремы об основных свойствах эквивалентности. Теорема о замене. Основные эквивалентности. Теорема об эквивалентности всякой формулы некоторой ДНФ (КНФ).	2							
7. Лекция 7. Семантика ИС. Истинностные интерпретации пропозициональных переменных в формулах секвенций. Истинностные значения секвенций. Тавтологически истинные секвенции. Теорема Гёделя о полноте ИС (необходимое и достаточное условие выводимости секвенции).	2							
8. Лекция 8. Секвенции в ИВ. Теорема об одновременной выводимости произвольной секвенции (формулы) и в ИВ и в ИС. Теорема Гёделя о полноте ИВ (необходимое и достаточное условие выводимости формулы).  Теорема о разрешимости проблемы полноты ИВ. Теорема о разрешимости проблемы разрешимости ИВ. Теорема о разрешимости проблемы непротиворечивости ИВ. Теорема о разрешимости проблемы независимости ИВ.	2							
9. Семинары 12-18 Темы: 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.8, 4.10, 4.12, 4.14.			16					
10. Формальная система исчисления высказываний							12	
<b>5. Исчисление предикатов с равенством ИПР.</b>								

1. Лекция 9. Алфавит ИПР, выражения в алфавите – термы и формулы, язык Язык ИПР. Область действия кванторов, свободные и связанные вхождения предметных переменных в данную формулу. Термы, свободные для X в данной формуле. Область интерпретации предметных переменных и термов. Алгебраические системы. Истинность формул на алгебраических системах.	2							
2. Лекция 10. Выполнимость и тождественная истинность формул. Отношение семантического следования в ИПР. Равносильные формулы. Теоремы об основных равносильностях в ИПР. Теорема о замене.	2							
3. Лекция 11. Предварённая нормальная форма (ПНФ). Теорема о равносильности всякой формулы ИПР некоторой ПНФ. Формальное исчисление предикатов с равенством. Алфавит, выражения (термы, формулы), аксиомы и правила вывода.	2							
4. Лекция 12. Определение вывода и формулы, выводимой из множества гипотез. Допустимые правила вывода в ИПР. Теорема о допустимости некоторых правил. Теорема о выводимости любой тавтологии ИПР.	2							
5. Лекция 13. Формулы, зависимые в выводе от других формул. Теорема о дедукции для ИПР. Отношение эквивалентности формул в ИПР. Теорема об основных свойствах этого отношения.	2							
6. Лекция 14. Основные эквивалентности ИПР. Теорема о замене эквивалентных формул. Теорема о существовании некоторой ПНФ, эквивалентной данной формуле ИПР.	2							

7. Лекция 15. Непротиворечивое множество формул ИПР. Теорема о свойствах непротиворечивых множеств формул. Полные непротиворечивые множества формул.	2							
8. Лекция 16. Лемма Линденбаума. Модель для множества формул. Теорема о существовании модели для любого непротиворечивого множества формул. Модель построенная из констант.	2							
9. Лекция 17. Теорема о существовании модели для любого непротиворечивого множества формул. Продолжение.	2							
10. Лекция 18. Теорема Сколема для любых непротиворечивых не более, чем счётных множеств предложений. Теорем Гёделя о доказуемости любой тождественно истинной формуле ИПР (Теорема о полноте ИПР ). Теорема Мальцева о компактности. Следствие - теорема Танненбаума о существовании нестандартной арифметики.	2							
11.			20					
12. Исчисление предикатов с равенством ИПР.							24	
Всего	70		70				76	

## 4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 4.1 Печатные и электронные издания:

1. Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
2. Рыбников К. А. Введение в комбинаторный анализ: монография(Москва: МГУ им. М. В. Ломоносова).
3. Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов: учебник (Санкт-Петербург: Питер).
4. Гиндикин С. Г. Алгебра логики в задачах(Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы [Физматлит]).
5. Кузнецов О. П., Адельсон-Вельский Г. М. Дискретная математика для инженера: монография(Москва: Энергоатомиздат).
6. Сачков В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики: научное издание(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
7. Москинова Г.И. Дискретная математика. Математика для менеджера в примерах и упражнениях: Учеб. пособие(Москва: Логос).
8. Яблонский С. В., Садовничий В. А. Введение в дискретную математику: учеб. пособие для вузов(Москва: Высшая школа).
9. Горбатов В.А., Горбатов А.В., Горбатова М.В. Дискретная математика: Учеб. для студ. вузов(Москва: АСТ).
10. Кошев А.Н., Кузина В.В. Дискретная математика: Учеб. пособие: В 2 ч. (Пенза: ПГАСА).
11. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике: учеб. пособие().
12. Быкова В. В. Практикум на ЭВМ по дискретной математике (вводный курс): учебное пособие(Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ]).
13. Быкова В. В. Дискретная математика с использованием ЭВМ: учебное пособие(Красноярск: Красноярский университет [КрасГУ]).
14. Клини С. К., Минц Г. Е. Математическая логика: пер. с англ.(Москва: Мир).
15. Кристофидес Н., Гаврилов Г. П. Теория графов: алгоритмический подход: перевод с английского(Москва: Мир).
16. Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И. Лекции по теории графов: учебное пособие обучающихся по специальности "Математика" и "Прикладная математика"(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
17. Мендельсон Э., Адян С. И. Введение в математическую логику: пер. с англ.(Москва: Наука).
18. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Сборник задач по дискретной математике: учебное пособие для студентов вузов по специальности "Прикладная математика"(Москва: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.).
19. Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие(Москва:

ФИЗМАТЛИТ).

**4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):**

1. Специальное программное обеспечение в учебном процессе по данной дисциплине не используется.
- 2.
- 3.

**4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:**

1. Для самостоятельной работы у студентов должен быть доступ к электронному каталогу НБ СФУ.

**5 Фонд оценочных средств**

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

**6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Необходима аудитория, оборудованная доской и проектором для просмотра слайдов.

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья, в зависимости от нозологий, осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения.